

TD **Série N° : 3** **Logique des propositions**

Exercice 1 : Ecrivez en logique des prédicats les expressions suivantes :

- 1) Aya est une femme
- 2) Imad est un homme
- 3) Imad est le père de Zina
- 4) Fares est le père de Fatma et Zouhir
- 5) n nombre pair alors n est divisible par 2
- 6) Un entier naturel est pair ou impair
- 7) Le cheval est plus rapide que le chien.
- 8) Un chat est entré
- 9) Tous sont étudiants
- 10) Tout étudiant est inscrit
- 11) Certains étudiants ne sont pas malades
- 12) Tous les hommes ne voyagent pas avec John
- 13) Si tous les hommes voyage avec John, alors il est content
- 14) Les personnes qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe.
- 15) Les personnes qui ont la grippe doivent prendre du Tamiflu.

Exercice 2 : L est un langage de prédicats définit comme suit ::

Constante A, B *fonction* f, g *prédicat* P, Q, R *variable* x, y

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des termes ou des formules syntaxiquement correctes ?

1. $R(A, g(A, A))$
2. $\neg y \wedge P(y)$
3. $g(A, g(A, A))$
4. $\forall x P(x)$
5. $\neg R(P(A), x)$
6. $\exists x \forall y (R(x, y) \Rightarrow R(y, x))$
7. $\exists A R(A, A)$
8. $\forall x Q(x, f(x), B) \Rightarrow \exists x R(A, x)$
9. $\forall x P(R(A, x))$
10. $\exists R(x, A)$

Exercice 3 : Indiquer les variables libres dans les formules suivantes:

1. $P(x) \wedge R(y, a)$
2. $\exists y (Q(y) \wedge P(x))$
3. $\forall x \exists y R(x, f(y))$
4. $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
5. $\forall x P(x) \Rightarrow Q(y)$
6. $P(x) \Rightarrow \exists x Q(x)$
7. $\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))$
8. $\forall x \exists y (P(x) \vee Q(y))$
9. $\forall x (P(x) \Rightarrow \exists y (Q(y) \wedge R(x, y)))$
10. $\forall x R(x, y)$

Exercice 4 : Soient les formules suivantes:

1. $(\exists x) P(x, \text{Zéro})$
2. $(\forall x) P(x, x)$
3. $(\forall x)(\exists y) P(x, y)$
4. $(\exists x)(\forall y) P(x, y)$
5. $(\exists y) (\forall x) P(x, y)$
6. $(\forall y) (\exists x) P(x, y)$
7. $(\exists x)(\forall y) \neg E(y, x) \Rightarrow P(x, y)$
8. $(\forall x)(P(x, y) \wedge \neg P(x, y))$

Dire si les formules ci-dessus sont vraies ou fausses pour l'interprétation suivante:

$D = \mathbb{N}$, $P(x, y) = "x > y"$, $E(x, y) = "x = y"$, $\text{Zéro} = 0$